

LV олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии
МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР

Таллинн, 8 января 2008 года

XI класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Отец и два сына направляются в гости к бабушке, которая живёт в 33 км от них. У отца есть мотороллер, который развивает скорость 25 км/ч, а скорость, с которой можно двигаться на нём с одним пассажиром, составляет 20 км/ч. Оба сына ходят пешком со скоростью 5 км/ч. Покажи, что все трое одновременно могут добраться до бабушки за три часа.

2. Уравнения сторон AB , BC и AC треугольника ABC соответственно $x + 21y - 22 = 0$, $5x - 12y + 7 = 0$ и $4x - 33y + 146 = 0$. Найди расстояние от центра тяжести треугольника до начала координат.

3. Реши уравнение $\frac{x-49}{50} + \frac{x-50}{49} = \frac{49}{x-50} + \frac{50}{x-49}$. Проверка не требуется.

4. Центр окружности лежит на гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC . Окружность проходит через точку A и касается катета BC в точке M . Докажи, что луч AM является биссектрисой угла BAC .

5. Катя и Лиза играют на игровой полосе $1 \times N$ в следующую игру. В начале игры все квадраты игровой полосы незакрашены. Во время своего хода игрок закрашивает один квадрат или два квадрата, находящиеся рядом. Выигрывает тот игрок, после хода которого игровая полоса оказывается полностью закрашенной. Ходы делают по очереди, начинает игру Катя. Которая из девочек выиграет при оптимальной стратегии, если N равно
 - а) 2007;
 - б) 2008?